

DISTRIBUCIÓN DE LAS PRECIPITACIONES EN RAFAELA Y ESPERANZA, SANTA FE

P.E. LEVA¹; M.A. VELES¹; M.S. GARCÍA¹; J.A. GANDOLFO¹ y S.E. VALTORTA^{1,2}

Recibido: 14/03/02

Aceptado: 19/04/02

RESUMEN

Para determinar el modelo estadístico que provea el mejor ajuste para la distribución de precipitaciones en las localidades de Rafaela y Esperanza (Santa Fe), se utilizaron los registros de precipitaciones mensuales de Esperanza (1929-1975) y Rafaela (1937-1998). Las distribuciones empíricas se compararon con las teóricas Normal Logarítmica (LN), Normal Raíz Cúbica (NR) y Gamma Incompleta (GI). Según la prueba de Lilliefors, NR y GI presentaron el mejor ajuste para todos los meses ($p < 0,01$). LN presentó buen ajuste ($p < 0,05$) para todas las estaciones del año, excepto el invierno.

Palabras clave. Precipitación, distribuciones teóricas, Santa Fe.

RAINFALL DISTRIBUTION IN RAFAELA AND ESPERANZA, SANTA FE

SUMMARY

Monthly rainfall data from Esperanza (1929-1975) and Rafaela (1937-1998), Santa Fe, were used to determine the best model to fit precipitation distribution. Empirical distributions were compared with the Normal Logarithmic (LN), Normal Cubic Root (NR) and Incomplete Gamma (GI) theoretical distributions. According to Lilliefors test, NR and GI showed the best fit all year round ($p < 0,01$). LN presented a good fit ($p < 0,05$) for all seasons, except winter.

Key words. Rainfall, theoretical distributions, Santa Fe.

INTRODUCCIÓN

El cálculo de probabilidades de ocurrencia de lluvias permite predecir la distribución de las precipitaciones en un momento determinado que, junto con el monto, es de vital importancia para determinar la época óptima de siembra, la necesidad de la instalación de sistemas de riego, o estimar los riesgos de sequía y pronosticar el éxito de los cultivos. (Barger y Thom, 1949).

Debido al carácter discontinuo y al elevado coeficiente de variación que presentan las precipitaciones, su evaluación en función de los promedios no resulta adecuado (Wilks, 1995).

Para calcular las probabilidades de lluvias de una localidad es necesario determinar, en primer lugar, un

modelo estadístico que describa adecuadamente la distribución temporal de dicho fenómeno en esa localidad. Para lluvias totales anuales en zonas de precipitaciones abundantes y que, además, cuenten con registros prolongados, la distribución normal proveerá de un buen ajuste (Vidal y Cousillas, 1980).

La distribución gamma ha sido utilizada con buenos resultados para ajustar precipitaciones en Estados Unidos (Barger y Thom, 1949) y en el SE asiático (Mooley, 1973), entre otros.

En la Argentina, la distribución gamma se aplicó al cálculo de probabilidades de lluvias bisemanales en la localidad de Pergamino (Stuff, 1969) y en tres localidades cordobesas (Ravelo y Seiler, 1979).

¹Facultad de Ciencias Agrarias (UNL) y ²Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Técnicas. R.P. Kreder 2805, S3080HOF, Esperanza Santa Fe, Argentina.

Troha (1978) comparó las distribuciones normal-raíz cúbica, gamma, normal y normal logarítmica para 198 localidades de la provincia de Buenos Aires, concluyendo que la primera presenta mejor ajuste a la distribución de los valores observados.

El objetivo del presente trabajo fue determinar el modelo estadístico que provea el mejor ajuste para la distribución de precipitaciones en las localidades de Rafaela y Esperanza.

MATERIALES Y MÉTODOS

Se analizaron los valores mensuales de precipitación de las localidades de Esperanza, para el período 1929-1975 y de Rafaela desde 1937 hasta 1998. La información meteorológica de Esperanza fue obtenida del Ministerio de Agricultura, Ganadería y Pesca de la provincia de Santa Fe, y la correspondiente a Rafaela de la Estación agrometeorológica del INTA- Rafaela.

Para cada localidad se calcularon las frecuencias empíricas y se estimaron las distribuciones teóricas de frecuencias. Se aplicaron las distribuciones normal logarítmica (LN), normal raíz cúbica (NR) y gamma incompleta (GI).

Distribuciones teóricas

Gamma

La distribución gamma (Wilks, 1995) tiene la simplicidad de la distribución normal y al mismo tiempo abarca un amplio rango de asimetrías.

La función de distribución de probabilidades está dada por la siguiente expresión:

$$f(\chi, \alpha, \beta) = \frac{\beta^\alpha}{\Gamma(\alpha)} \chi^{\alpha-1} e^{-\beta\chi}$$

siendo $\chi > 0$; $\alpha, \beta > 0$ (1)

donde α es el parámetro definido,

β es el parámetro de escala,

Γ es el valor de la función matemática estándar conocida como gamma y definida por la integral:

$$\Gamma = \int_0^{\infty} t^{\alpha-1} e^{-t} dt$$

De la integración de la expresión (1) entre cero y el valor de lluvia considerado, resulta en la distribución de probabilidades acumulativas o función gamma incompleta:

$$F(\chi) = \frac{\beta^\alpha}{\Gamma(\alpha)} \int_0^\chi t^{\alpha-1} e^{-\beta t} dt$$

Esta función ha sido tabulada por Pearson (1957) y Harter (1964). Para la estimación de los parámetros α y β , se aplicó la metodología de máxima similitud propuesta por Thom (1958), que usa el estadístico muestral D que es la diferencia entre el logaritmo natural de la media de la muestra y la media de los logaritmos de los datos.

$$D = \ln(\bar{\chi}) - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \ln(\chi_i)$$

α y β se estiman según las siguientes expresiones:

$$\alpha = \frac{1 + \sqrt{1 + 4 \frac{D}{\beta}}}{4 D}$$

$$\beta = \frac{\bar{\chi}}{\alpha}$$

Normal logarítmica

Se la aplicó en la distribución normal a los logaritmos naturales de la variable en estudio (Wilks, 1995). La función de densidad de probabilidad es:

$$f(\chi) = \frac{1}{\chi * \sigma * \sqrt{2\pi}} * e^{-\frac{(\ln \chi - \mu)^2}{2\sigma^2}}$$

donde μ es media y σ es la desviación estándar de la transformación logarítmica de la variable.

Normal raíz cúbica

Se obtiene de ajustar a la distribución normal las raíces cúbicas de la variable (Troha, 1978). La función de densidad de probabilidad para x es:

$$f(\chi) = \frac{1}{\sigma * \sqrt{2\pi}} * e^{-\frac{(\sqrt[3]{\chi} - \mu)^2}{2\sigma^2}}$$

siendo μ y σ la media y la desviación estándar de la variable transformadas.

Prueba de bondad de ajuste

Para determinar cual de las distribuciones teóricas de frecuencias de precipitaciones presentaba mejor ajuste con la empírica, se utilizó la prueba de bondad de ajuste de Kolmogorov-Smirnov (K-S) modificada, denominada comúnmente prueba de Lilliefors (Lilliefors, 1967), cuyo parámetro estadístico es:

$$D_n = \max |F_n(\chi) - F_\chi|$$

donde $F_n(x)$ es la probabilidad acumulada empírica y F_χ distribución teórica de frecuencias. D_n es la mayor diferencia, en valor absoluto, entre las dos distribuciones.

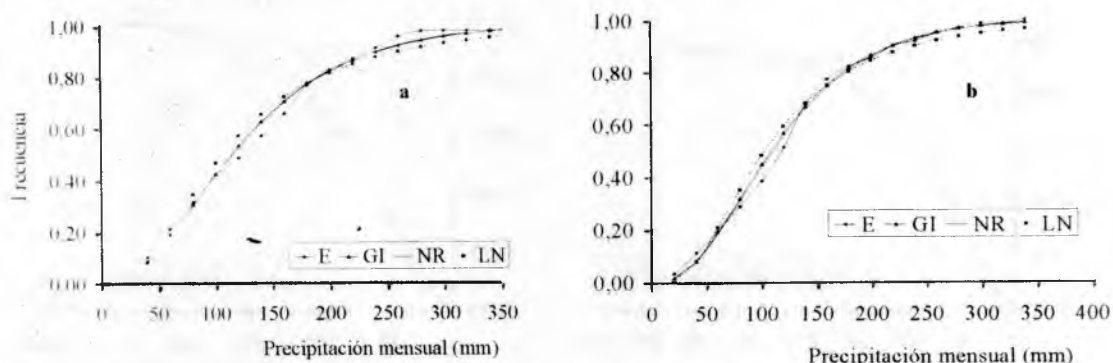


Figura 1. Distribución de frecuencia empírica (E), gamma incompleta (GI), normal raíz cúbica (NR) y normal logarítmica (LN) para el mes de enero en Esperanza (a), período 1929-1975, y Rafaela (b), período 1937 - 1998.

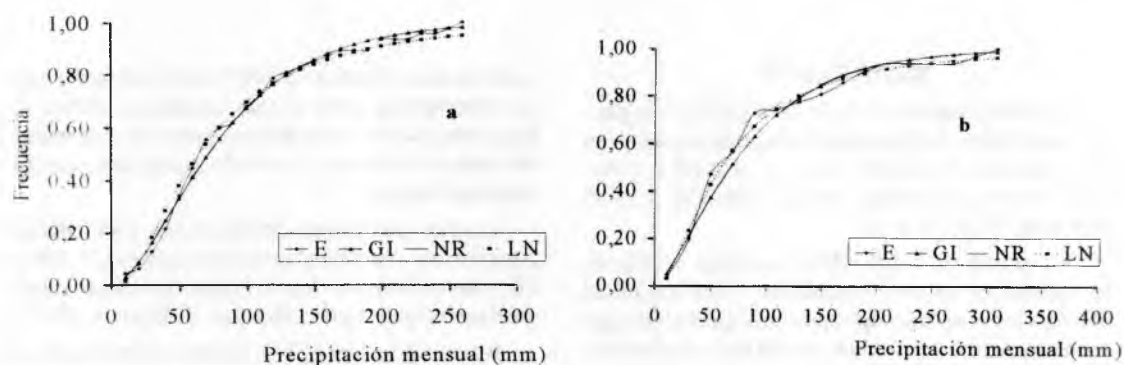


Figura 2. Distribución de frecuencia empírica (E), gamma incompleta (GI), normal raíz cúbica (NR) y normal logarítmica (LN) para el mes de abril en Esperanza (a), período 1929 - 1975, y Rafaela (b), período 1937 - 1998.

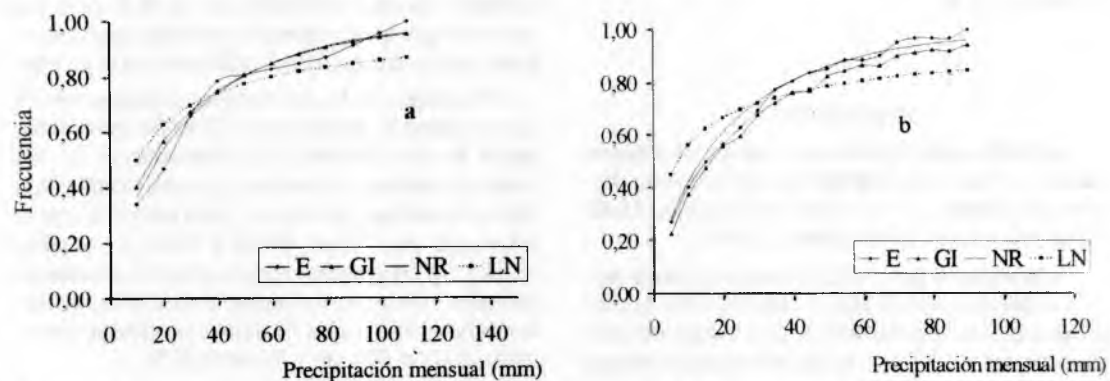


Figura 3. Distribución de frecuencia empírica (E), gamma incompleta (GI), normal raíz cúbica (NR) y normal logarítmica (LN) para el mes de julio en Esperanza (a), período 1929 - 1975, y Rafaela (b), período 1937 - 1998.

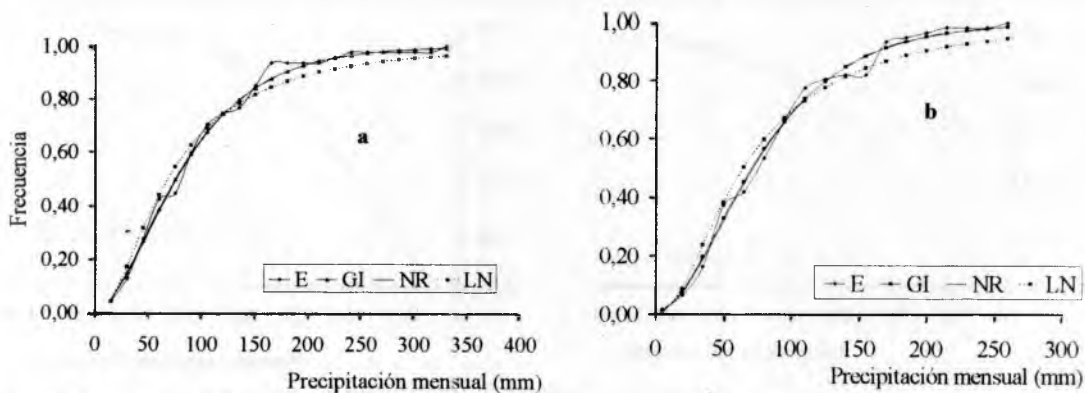


Figura 4. Distribución de frecuencia empírica (E), gamma incompleta (GI), normal raíz cúbica (NR) y normal logarítmica (LN) para el mes de octubre en Esperanza (a), período 1929 - 1975, y Rafaela (b), período 1937 - 1998.

RESULTADOS

Las distribuciones empírica, GI, LN y NR para las localidades de Esperanza y Rafaela se presentan para los meses centrales de cada estación: enero (Fig. 1 a y b), abril (Fig. 2 a y b), julio (Fig. 3 a y b) y octubre (Fig. 4 a y b).

La prueba de Lilliefors produjo similares resultados en ambas localidades. Las máximas diferencias absolutas apoyaron la hipótesis de que los datos de precipitación mensual fueron extraídos según la GI o la NR para todo el año ($p < 0,01$), o según la LN para todos los meses, excepto los invernales ($p < 0,05$). Para los meses de invierno, por otro lado, los resultados no apoyaron la hipótesis de que los datos hayan sido extraídos de una distribución LN.

DISCUSIÓN

La distribución normal no se incorporó al presente trabajo por ser la precipitación un fenómeno discontinuo (Troha, 1978; Vidal y Cousillas, 1980; Sankaranarayanan, 1933; Mooley, 1973).

Sankaranarayanan (1933) comparó la distribución de frecuencias de lluvias monzónicas del SO asiático con la distribución de Gauss encontrando que, al nivel del 5% los coeficientes de asimetría y kurtosis, eran significativamente diferentes a los correspondientes a la distribución teórica. Mooley (1973) encontró que la lluvia mensual del SE

asiático no se ajusta a la distribución normal y que las transformaciones a raíz cuadrada, cúbica o lognormal de los datos de precipitación para tratar de ajustar las lluvias al modelo gaussiano, son de utilidad limitada.

Las precipitaciones de Esperanza y Rafaela se ajustaron de acuerdo a las distribuciones LN, NR y GI, y las diferencias con la empírica se analizaron mediante la prueba de Lilliefors (Lilliefors, 1967).

Ravelo y Seiler (1979) probaron el ajuste de la función gamma incompleta a las distribuciones decádicas y mensuales de lluvia de tres localidades cordobesa, mediante la prueba de Kolmogorov-Smirnov (K-S), ya que resulta más eficiente que la de chi cuadrado (Massey, 1951). La prueba de Lilliefors es una modificación de K-S para los casos en que los parámetros han sido ajustados a partir de los mismos datos utilizados en la prueba.

El análisis de las diferencias máximas revela que, en general, las funciones GI y NR representan mejor la distribución de las frecuencias de las muestras analizadas con una aparente ventaja de la NR en los meses invernales. Esto coincide con lo informado por Troha (1978) y Vidal y Cousillas (1980). La GI presenta mejor ajuste en los meses estivales y decae en los meses de invierno para las localidades analizadas. Similares resultados fueron obtenidos por Ravelo y Seiler (1979).

La LN resultó ser inconsistente para el ajuste de las precipitaciones, salvo en los meses más lluviosos, en coincidencia con Troha (1978).

BIBLIOGRAFÍA

- BARGER, G.L. and H.C.S. THOM.** (1949) Evaluation of drought hazard. *Agron. Journ.* 41: 519-526.
- HARTER, H.L.** (1964) New tables of incomplete Gamma function ratio and percentage points of the Chi-squared and Beta distributions. Aerospace Res. Laboratories, US Air Force. US Govt. Printing Office, Washington DC.
- LILLIEFORS, H.W.** (1967) On the Kolmogorov-Smirnov test for normality with mean and variance unknown. *ASA Journal*, June, 399-402.
- MASSEY, F.J., Jr.** (1951) The Kolmogorov-Smirnov test for goodness of fit. *J. Am. Statistical Assoc.* 46: 68-78
- MOOLEY, D.A.** (1973) Gamma distribution probability model for Assian summer monsoon monthly rainfall. *Monthly Weather Review* 191: 160-176.
- PEARSON, K.** (1957) Tables of the incomplete Gamma function. Biometrika Office, University College. Londres.
- RAVELO, A.C. y R.A. SEILER.** (1979) Agroclima de la provincia de Córdoba. Espectativas de precipitación en el curso del año. *Rev. de Investigaciones Agropecuarias INTA, Bs. As. Rep. Argentina. Serie 3 (Clima y Suelo).* 14: 71-136.
- SANKARNARAYANAN, D.** (1933) On the nature of frequency distribution of precipitation in India during monsoon months June to September. *India Meteorology Dept. Scientific Notes.* 5: 97-107.
- STUFF, R.** (1969) Probabilidades de lluvia en la Estación Experimental Agropecuaria de Pergamino (INTA). 16 pp. *Informe Técnico N° 93.*
- TROHA, A.** (1978) Régimen de precipitación en la provincia de Buenos Aires. Taller Argentino Estadounidense la Sequía y el Hombre. Mar del Plata.
- VIDAL, N.A. y C.F. COUSILLAS.** (1980) Análisis de precipitaciones en Balcarce. II. Probabilidades de ocurrencia. 16 pp. EEA INTA Balcarce, Depto. de Ecología y Técnica Cultural.
- WILKS, D.S.** (1995) Statistical methods in the atmospheric sciences. Vol. 59 de Dmowska. R & Holton JR (Eds.) International Geophysics Series. Academic Press, San Diego. 467 pp.