DOS FACTORES CON MEDIDAS REPETIDAS EN UNO DE ELLOS EN UN DISEÑO COMPLETAMENTE AL AZAR EN EL EXPERIMENTO AGRONOMICO

MARIA DEL CARMEN FABRIZIO y A. GARSD[1]

Recibido: 27/05/96
Aceptado: 07/11/96

RESUMEN

Un típico experimento agronómico consiste en comparar varios tratamientos a través del tiempo. Se plantea así, la falta de independencia entre observaciones de una misma unidad experimental lo que compromete la significatividad de los resultados y lleva a plantear métodos estadísticos más potentes. Este artículo aborda el experimento con dos factores con medidas repetidas en uno de ellos. Se proveen las pruebas estadísticas de convalidación del modelo y se detalla toda la metodología propuesta mediante dos ejemplos agronómicos resueltos con un programa estadístico de computación.

Palabras clave: métodos estadísticos potentes, medidas repetidas, análisis de variancia, diseño experimental, diseños en parcelas divididas.

TWO FACTOR AGRICULTURAL EXPERIMENT WITH REPEATED MEASURES ON ONE-FACTOR IN A COMPLETELY RANDOMIZED DESIGN

SUMMARY

A typical agricultural experiment involves comparisons of several treatments at different points in time. The ensuing lack of independence between observations on the same experimental unit may then impair the attainment of statistical significance, and calls for the application of more powerful methods. This report addresses the two factor experiment with repeated measures on one factor. We present some tools for checking the adequacy of this model using a commonly available statistical package in the context of two concrete examples drawn from agricultural experimentation.

Key words: powerful statistical methods, repeated measures, analysis of variance, experimental design, split plot designs.

INTRODUCCION

Un adecuado análisis de los datos aumenta la precisión de los resultados.

Considérese el experimento con dos factores, con medidas repetidas en uno de ellos. Este es un caso particular del modelo de medidas repetidas de utilidad en el área agronómica.

Tradicionalmente se lo utiliza cuando se desean comparar los efectos de varios tratamientos medidos a través del tiempo. En tales circunstancias, a cada unidad experimental se le realizan mediciones en varias fechas. Ejemplos de estos experimentos son la comparación de varias raciones en animales, evaluando la ganancia de peso en diferentes fechas, y el desarrollo de la densidad poblacional de microorganismos antagonistas en el transcurso de una semana en presencia de diferentes concentraciones de fungicidas.

[1] Cátedra de Estadística. Facultad de Agronomía. Universidad de Buenos Aires. Av. San Martín 4453 (1417). Bs. As. Argentina.

En el Cuadro N° 1 se muestra un esquema con la disposición general de los datos de este modelo, consistente en d niveles de un factor A (fechas) y c niveles de un factor B (tratamientos) con n unidades experimentales para cada tratamiento. Si se tuviera un único tratamiento (c=1), medido en sólo dos fechas (d=2), el diseño resultante correspondería al caso de diferencias apareadas. Si se compararan dos tratamientos (c=2), en dos fechas, se trabajaría con una prueba para una muestra t-Student para la variable diferencia de diferencias (observación en la segunda fecha menos observación en la primera fecha). Si se extendiera el experimento al caso general de varios tratamientos, pero en sólo dos fechas, se realizaría un análisis de variancia (ANVA) para la variable diferencia. Por lo tanto, los análisis estadísticos simples, con únicamente dos fechas de medición, corresponden a soluciones por diferencia de distintos casos de medidas repetidas en el tiempo. Sin embargo, si se amplía la cantidad de fechas se complica el problema de la dependencia de las observaciones dentro de cada unidad experimental, con el consiguiente compromiso de la potencia estadística[2] (Winer, 1971).

Cuadro N° 1: Esquema de la disposición de los datos en el modelo de medidas repetidas en estudio

		B				
		1	. . .	j	. . .	c
	1	$Y_{111} \ldots Y_{11n}$		$Y_{1j1} \ldots Y_{1jk} \ldots Y_{1jn}$		$Y_{1c1} \ldots Y_{1cn}$
	.	. .		. . .		. .
	.	. .		. . .		. .
	.	. .		. . .		. .
A	i	. .		. Y_{ijk} .		. .
	.	. .		. . .		. .
	.	. .		. . .		. .
	.	. .		. . .		. .
	d	$Y_{d11} \ldots Y_{d1n}$		$Y_{dj1} \ldots Y_{djk} \ldots Y_{djn}$		$Y_{dc1} \ldots Y_{dcn}$

A: Factor correspondiente a las fechas en la que se realizan las observaciones. B: Factor correspondiente a los tratamientos a comparar. Y_{ijk}: Respuesta de la fecha i, tratamiento j, repetición k.(i:1,...,d; j:1,...,c; k:1,...,n). d: Número de fechas en las que se realizan las observaciones. c: Número de tratamientos a comparar. n: Número de unidades experimentales para cada tratamiento.

Cabe señalar que si bien el análisis de este tipo de experimentos puede hacerse empleando técnicas estadísticas multivariadas, la comprensión, aplicación e interpretación de técnicas multivariadas requiere en general conocimientos matemáticos y estadísticos más avanzados. Otra limitante del análisis multivariado es que requiere un número elevado de observaciones, ya que el análisis univariado, bajo determinados supuestos, tiene mayor potencia estadística (Arnold, 1981).

El objetivo principal de este artículo es proveer en forma detallada el análisis univariado para el modelo de medidas repetidas con dos factores, con medidas repetidas en uno de ellos. Como objetivo adicional, se obtiene dicho análisis usando un sistema estadístico de computación.

[2]Informalmente, la potencia estadística es la probabilidad de detectar una diferencia poblacional verdadera.

METODOS

El modelo del análisis del experimento con dos factores con medidas repetidas en uno de ellos

Sean d el número de niveles del factor A (fechas), c el número de niveles del factor B (tratamientos) y n el número de unidades experimentales que reciben el mismo tratamiento. Con i (i = 1,...,d) se indexa a las fechas, con j (j = 1,...,c) a los tratamientos y con k (k = 1,...,n) las unidades experimentales. En el presente informe se considera el diseño completamente al azar. La observación Y_{ijk}, que es la respuesta en la fecha i, del tratamiento j, en la unidad experimental k, puede representarse mediante la siguiente ecuación para medidas repetidas:

$$Y_{ijk} = \mu + \beta_j + \pi_{kj} + \alpha_i + (\alpha\beta)_{ij} + \varepsilon_{ijk} \qquad (I) \; ,$$

donde μ es el promedio general; β_j es el efecto del nivel j del factor correspondiente a los tratamientos; π_{kj} es el efecto aleatorio de la variabilidad entre unidades experimentales que reciben el mismo tratamiento (el cual se asume distribuido normalmente con media cero, desvío típico $\sigma\pi$ y covariancia cero); α_i es el efecto del nivel i del factor correspondiente a las fechas; $(\alpha\beta)_{ij}$ es el efecto de la interacción para la combinación del nivel i de las fechas y el nivel j de los tratamientos; ε_{ijk} es el error aleatorio. El modelo asume que los factores A y B son fijos, que ambas componentes aleatorias son independientes entre sí y que se cumple la llamada restricción sigma:

$$\sum_j \beta_j = 0 \;, \sum_i \alpha_i = 0 \;, \sum_i (\alpha\beta)_{ij} = 0 \;, \sum_j (\alpha\beta)_{ij} = 0 \;.$$

Los valores de μ, α, β, $(\alpha\beta)$ son parámetros desconocidos a ser estimados de los datos.

La extructura del modelo (I) para diseños con medidas repetidas es esencialmente la misma que para los típicos diseños en parcelas divididas (siendo el tiempo el factor correspondiente a las parcelas) (Huynh y Feldt, 1980).

Se supone que las mediciones sobre la misma unidad experimental tienen una distribución normal d-dimensional con una matriz de covariancias común Σ. Si no se dota a la estructura de Σ de ciertos supuestos, algunos componentes de este modelo se deben analizar por medio de las técnicas multivariadas. Bajo supuestos adicionales acerca de Σ, detallados en el presente artículo, se puede realizar el análisis de medidas repetidas, en su totalidad, a través del enfoque univariado.

Tabla de ANVA para el modelo univariado de medidas repetidas en estudio

El análisis de la variancia correspondiente al modelo (I) se encuentra en la Tabla 1. Las fórmulas explícitas para dicho ANVA se presentan en el Apéndice.

Tabla 1: Análisis de variancia (ANVA) en el experimento con dos factores con medidas repetidas en uno de ellos

Fuente de variación	G.L.	SC(.)	CM(.)
Entre suj.	nc-1		
B	c-1	SC(B)	CM(B)
Error (B)	c(n-1)	SC(EB)	CM(EB)
Dentro suj.	nc(d-1)		
A	d-1	SC(A)	CM(A)
A*B	(c-1)(d-1)	SC(AB)	CM(AB)
Error(A)	c(n-1)(d-1)	SC(EA)	CM(EA)

Nota: Con B se simboliza al factor correspondiente a los tratamientos y con A al factor correspondiente a las fechas; G.L.: grados de libertad; suj: sujetos; SC(.): Suma de cuadrados del argumento indicado entre paréntesis; CM(.): Cuadrados medios del argumento entre paréntesis. Los símbolos siguen la notación del texto. (EB): Error (B). (AB): Interacción. (EA): Error (A).

En el análisis del experimento con dos factores y con medidas repetidas en uno de ellos hay dos variancias del error, correspondientes a cada uno de los factores.

Pruebas de hipótesis

De la **Tabla 1** del ANVA para el experimento con medidas repetidas propuesto, resultan las siguientes pruebas de hipótesis:

a) Prueba de hipótesis para la interacción entre los factores correspondientes a las fechas y a los tratamientos.

$H_o:(\alpha\beta)_{ij} = 0$ para todo (i,j), $H_1:(\alpha\beta)_{ij} \neq 0$ para algún (i,j).

El estadístico de la prueba es:

$$F^* = \frac{CM(AB)}{CM(EA)} \qquad (II).$$

Si H_o es verdadera y se cumplen los supuestos del modelo del análisis univariado, F^* sigue la distribución F de Snedecor con (c-1)(d-1) grados de libertad en el numerador y c(n-1)(d-1) grados de libertad en el denominador.

b) Prueba de hipótesis para el factor correspondiente a los tratamientos.

$H_o:\beta_j = 0$ para todo j, $\quad H_1:\beta_j \neq 0$ para algún j.

El estadístico de la prueba es:

$$F^* = \frac{CM(B)}{CM(EB)} \qquad (III).$$

Si H_o es verdadera F^* sigue la distribución F de Snedecor con (c-1) grados de libertad en el numerador y c(n-1) grados de libertad en el denominador.

c) Prueba de hipótesis para el factor correspondiente a las fechas.

$H_o: \alpha_i = 0$ para todo i, $\quad H_1: \alpha_i \neq 0$ para algún i.

El estadístico de la prueba es:

$$F^* = \frac{CM(A)}{CM(EA)} \qquad (IV).$$

Si H_o es verdadera y se cumplen los supuestos del análisis univariado, F^* sigue la distribución F de Snedecor con (d-1) grados de libertad en el numerador y c(n-1)(d-1) grados de libertad en el denominador.

Si la interacción no es significativa, se pueden realizar pruebas para las diferencias entre todos los posibles pares de medias de tratamientos y para fechas separadamente. Si la interacción fuese significativa, se deben probar los efectos **simples** principales, en vez de los efectos principales. Las pruebas correspondientes se detallan en varias referencias (ver, por ejemplo, Cátedra de Estadística, 1996).

Intervalos de confianza

Utilizando los estadísticos calculados por medio de las fórmulas propuestas en el Apéndice, se pueden hallar los siguientes intervalos de confianza para los diferentes contrastes, cuando la interacción no es significativa:

a) Intervalos de confianza para el factor correspondiente a las fechas.

Los extremos de los intervalos de confianza para los contrastes $\Sigma\, b_i \alpha_i$ son:

$$\sum_i b_i \overline{Y_{i..}} \pm \sqrt{CMEA}\sqrt{\frac{(d-1)\,F_{\alpha;d-1;c(d-1)(n-1)}\sum b_i^2}{cn}}$$

donde $\Sigma b_i=0$.

b) Intervalos de confianza para el factor correspondiente a los tratamientos.

Los extremos de los intervalos de confianza para los contrastes $\Sigma b_j \beta_j$ son:

$$\sum_j b_j \overline{Y_{.j.}} \pm \sqrt{CMEB}\sqrt{\frac{(c-1)\,F_{\alpha;c-1;c(n-1)}\sum b_j^2}{dn}}$$

donde $\Sigma b_j=0$.

Supuestos del modelo del análisis univariado del experimento con dos factores con medidas repetidas en uno de ellos

Para poder realizar las tres pruebas de hipótesis mencionadas se requiren al menos dos supuestos básicos, el de independencia, o sea que las unidades experimentales deben ser independientes entre sí, y el de homogeneidad de las matrices, las matrices de covariancias poblacionales deben ser homogéneas bajo los niveles del factor B, esto es: $\Sigma_{b1} = \Sigma_{b2} = \ldots = \Sigma_{bc} = \Sigma$. Se puede demuestrar que bajo estos dos supuestos, la prueba con respecto a la igualdad de los efectos de los tratamientos es exacta, es decir que se realiza con el nivel de significación establecido.

En efecto, se reemplaza al vector de las observaciones sobre cada unidad experimental por el promedio de las componentes de ese vector. Por ende, las pruebas entre tratamientos son siempre válidas (bajo los supuestos de homogeneidad e independencia antedichos), ya que son equivalentes a un ANVA en los promedios (Arnold, 1981).

Para que las distribuciones muestrales de los estadísticos F* de las pruebas relativas a la interacción y a las fechas, sigan las distribuciones F de Snedecor propuestas, se requiere un supuesto adicional sobre el patrón de los elementos en las matrices de covariancias. Dicho supuesto es el llamado supuesto de esfericidad, que se verifica a través de la prueba de Mauchly (Morrison, 1976). Cuando no se cumple el supuesto de esfericidad, si se aplican las pruebas F mencionadas para con trastar las hipótesis de la interacción y de los efectos de las fechas, se producirán distorsiones en los niveles de significación, siendo el más afectado el correspondiente a la prueba de interacción (Huynh *et al*, 1980). Por lo tanto, el rechazo de la hipótesis nula del criterio de Mauchly implicará o bien acudir al análisis multivariado o bien continuar con el enfoque univariado (como se realiza en el presente artículo) aplicando factores de corrección en las pruebas debidas a la interacción y a las fechas. Dichas pruebas serán aproximadas.

Bajo el modelo propuesto (1) con una matriz de covariancias arbitraria el estadístico correspondiente a la prueba de las fechas sigue una distribución aproximada F de Snedecor con (d-1)ε grados de libertad en el numerador y c(n-1)(d-1)ε grados de libertad en el denominador, y el estadístico para la prueba de interacción, sigue aproximadamente una distribución F de Snedecor con (c-1)(d-1)ε grados de libertad en el numerador y c(n-1)(d-1)ε grados de libertad en el denominador, donde

$$\varepsilon = \frac{d^2(\bar{\sigma}_{ii}-\bar{\sigma}_{..})^2}{(d-1)\left(\sum_i\sum_k \sigma_{ik}^2 - 2d\sum \bar{\sigma}_i^2 + d^2\bar{\sigma}_{..}^2\right)}$$

siendo:

$\bar{\sigma}_{ii}$= la media de los elementos de la diagonal principal de Σ.

$\bar{\sigma}$ = la media de todos los elementos de Σ.

σ_{ik}= es el valor del elemento de la fila i columna k de Σ.

σ_i = es la media de todos los valores de la fila i de Σ.

Este factor ε en general no es conocido ya que los elementos de ε son usualmente parámetros desconocidos. No obstante, se puede demostrar que:

$$\frac{1}{(d-1)} \leq \varepsilon \leq 1 \quad ,$$

y que la condición de esfericidad es equivalente a requerir que el factor ε sea igual a uno (Winer, 1971).

Los factores de corrección que se postulan son diversos estimadores del factor ε. Los mismos se enumeran de acuerdo al incremento en los valores críticos y por ende, a la producción de pruebas conservativas, en el sentido de no rechazar la hipótesis nula cuando debería rechazarse (Muller *et al*, 1989).

Un primer estimador del factor ε, debido a Greenhouse y Geisser (1959), surge al reemplazar en su expresión las covariancias poblacionales por sus estimadores muestrales:

$$\hat{\varepsilon} = \frac{d^2(\overline{s_{ii}}-\bar{s}_{..})^2}{(d-1)\left(\sum_i\sum_k s_{ik}^2 - 2d\sum \bar{s}_i^2 + d^2\bar{s}_{..}^2\right)} \quad .$$

Otro factor de ajuste consiste en considerar el valor mínimo de ε:

$$\hat{\varepsilon}_2 = \frac{1}{d-1} \quad .$$

Este factor de corrección es de muy simple cálculo, pero provee pruebas muy conservativas (Winer, 1971).

Obtención de la comprobación del supuesto de homogeneidad de variancias y de la Tabla de ANVA en el experimento con dos factores con medidas repetidas en uno de ellos

Una forma de evitar tener que realizar manualmente los engorrosos cálculos para verificar el supuesto de homogeneidad de las matrices de covariancias y del ANVA es usar un sistema estadístico de computación. Para el presente informe se utilizó STATGRAPHICS (1991). La Tabla 1 puede ser obtenida teniendo en cuenta las modificaciones citadas en Cátedra de Estadística, 1996. Para evitar la realización manual del uso del álgebra matricial para las verificación de los supuestos, se recomienda el uso de cualquier sistema matemático de computación u otro que realice la multiplicación de matrices y cálculo de determinantes. Para el presente informe se utilizó EXCEL (1994).

EJEMPLOS AGRONOMICOS

A continuación se presentan dos ejemplos reales pero con datos hipotéticos del área agropecuaria, en los cuales se utiliza el análisis de medidas repetidas mediante el enfoque univariado.

Ejemplo 1

En nuestro país se han iniciado la búsqueda y promoción de nuevas alternativas de tipo intensivo, entre las que cuentan un lugar preponderante las "mini-hortalizas". Dentro de ellas el tomate "cereza" o "cherry" se ha transformado en un atractivo mercado, con elevado valor comercial, por lo que existe gran avidez de información entre profesionales y productores. Se desea evaluar el rendimiento del tomate "cereza" de una variedad nacional de fruto pequeño, con dos sistemas de conducción de tallos. Para ello se realizó un ensayo en el campo de la Facultad de Agronomía de la UBA. La siembra se realizó en los primeros días de enero de 1992 en almácigos. El transplante se realizó al cabo de 51 días, cuando las plantas alcanzaron entre 10 y 15 cm de altura. Se transplantó en doble línea sobre cantero a una distancia entre plantas de 0,25 m. Al concluir el ensayo se midió el rendimiento total de cada parcela en diferentes fechas. Se considera como factor A a las fechas en las que se realizaron las mediciones: 05-05-92, 20-05-92 y 11-06-92. El factor B corresponde a los diferentes sistemas de conducción a uno y a cuatro tallos. Los datos obtenidos (N = 24) se presentan en el Cuadro N° 2. Las unidades experimentales, las parcelas, fueron homogéneas, por lo tanto se realizó un diseño experimental completo al azar.

Cuadro N° 2. Datos del ensayo de la incidencia en los rendimientos de una variedad de tomate cereza con dos tipos de conducción en distintas fechas #

Fechas	Tratamiento 1	Tratamiento 2
05-05-92	0,572 0,736 0,805 0,401	0,631 0,785 0,856 0,538
20-05-92	1,109 1,292 1,414 1,044	2,394 2,577 2,699 2,330
11-06-92	1,689 1,181 2,408 1,725	3,205 3,773 4,451 3,771

Rendimiento en kg/parcela. Tratamiento 1: conducción a un tallo. Tratamiento 2: conducción a cuatro tallos.

Para poder realizar el análisis univariado, se requiere verificar los supuestos básicos del mismo; a saber,

-independencia: las unidades experimentales son independientes entre sí ya que los tratamientos fueron asignados al azar.

-homogeneidad de las matrices. Para demostrar que las matrices de covariancias son homogéneas bajo los dos niveles de los tratamientos, se puede realizar la prueba M de Box descripta en Cátedra de Estadística, 1996. De este modo se verificó la homogeneidad de variancias ($p = 0,970$) y se rechazó la hipótesis de esfericidad ($p < 0,001$), por lo tanto para continuar con el análisis univariado, se debe aplicar el factor de corrección de Greenhouse-Geisser ya citado. En este caso en particular, $\hat{\varepsilon} = 0,50$.

Realizando los cambios necesarios usando el factor de corrección mencionado, resulta el análisis de variancia para este ejemplo mostrado en el Cuadro N° 3. De esta forma se obtienen las siguientes conclusiones. La interacción entre fechas y tratamientos resulta ser significativa ($p < 0,001$). Para investigar si existen diferencias entre los efectos del factor A (fechas) para cada tratamiento y si existen diferencias entre tratamientos para cada nivel del factor A, se puede continuar el análisis realizando otras pruebas (ver, por ejemplo, Cátedra de Estadística, 1996).

Cuadro N° 3. ANVA para los datos del ejemplo 1#

F.V.	S.C.	G.L.	C.M.	F	p
Trat	7,632048	1	7,632048	43,695	0,0006
Error(b)	1,048001	6	0,174667		
Fechas	17,730740	2	8,865370	134,500	0,0000
Trat*Fechas	4,075345	2	2,037670	30,914	0,0000
Error(a)	0,790964 1	2	0,065914		

F.V. : fuentes de variación. S.C. : sumas de cuadrados. G.L. : grados de libertad. C.M. : cuadrados medios. F : ver fórmulas en Métodos. p : significatividad usando factor de corrección. Trat : tratamientos.

Ejemplo 2

Este ejemplo está desarrollado en detalle en Cátedra de Estadística, 1996. En esencia se deseó diagnosticar la deficiencia de cobre y estudiar las diferencias en los pesos de los terneros que recibieron tratamientos para deficiencia con dos productos inyectables. Se realizó el diagnóstico de la disponibilidad de cobre en un establecimiento del Partido de Guaminí en la Provincia de Buenos Aires. Se tomaron 15 vacas con sus correspondientes 15 terneros y se les extrajo sangre a fin de determinar el nivel de cobre en sangre, resultando un evidente déficit del mismo. De los distintos análisis realizados se concluyó que las causas fueron los valores deficientes de cobre en pasto y en el agua de los molinos. Una vez determinada la deficiencia de cobre y sus causas, se procedió al tratamiento de la misma con dos productos diferentes una suspensión de quelatos de cobre de efecto prolongado y un producto con cobre de origen homeopático. Las dosis aplicadas fueron de 5 cc y de 3 cc, respectivamente. Para efectos de comparación, se trabajó también con el tratamiento testigo (sin aplicación de cobre). Se utilizó un diseño completamente al azar, ya que las unidades experimentales, los animales, eran homogéneas. Se dió cada tratamiento a 5 animales. La elección de los animales para cada tratamiento se hizo en función de obtener el mismo peso inicial de los terneros. Se evaluó la conveniencia del tratamiento a través del peso de los terneros en distintas fechas.

Del análisis se obtienen las siguientes conclusiones de acuerdo al Cuadro N° 4. La interacción entre

Cuadro N° 4. ANVA para los datos del ejemplo 2#

F.V.	S.C.	G.L.	C.M.	F	p
Trat	18332,5	2	9166,25	4,977	0,0267
Error(b)	22100,6	12	1841,72		
Fechas	60283,0	3	20094,33	174,354	0,0000
Trat*Fechas	1015,5	6	169,25	1,469	0,2165
Error(b)	4149,0	36	115,25		

F.V. : fuentes de variación. S.C. : sumas de cuadrados. G.L. : grados de libertad. C.M. : cuadrados medios. F : ver fórmulas en Métodos. P : significatividad usando factor de corrección. Trat : tratamientos.

tratamientos y fechas resulta no ser significativa ($p = 0{,}217$), existen diferencias significativas entre los diferentes tratamientos ($p = 0{,}027$) y existen diferencias significativas entre las distintas fechas ($p < 0{,}001$).

CONCLUSIONES

El experimento de medidas repetidas es común en la investigación agronómica, en particular es habitual realizar ensayos para comparar los efectos de diferentes tratamientos, medidos sobre las mismas unidades experimentales a través del tiempo. Cuando la cantidad de fechas es superior a dos, se plantea el problema de la dependencia de las observaciones dentro de cada unidad experimental.

El análisis multivariado provee una solución a la dependencia, pero se requieren conocimientos avanzados, un número elevado de observaciones, o en su defecto el ensayo queda expuesto a perder potencia estadística.

El enfoque univariado produce pruebas válidas para la comparación entre tratamientos y conduce, por lo menos, a pruebas aproximadas respecto de las interacciones entre fechas y tratamientos y al factor tiempo, pero con mayor potencia estadística.

RECONOCIMIENTOS

Los autores agradecen al Ing. Rolando Wartenberg la revisión de las fórmulas expuestas en el Apéndice, y las sugerencias y la lectura crítica del trabajo por parte de la Ing. Agr. María Virginia López y de las Estadísticas Olga Susana Filippini de Delfino y Mabel Correa.

APENDICE

Tabla de ANVA en medidas repetidas

El análisis de variancia en un experimento con dos factores con medidas repetidas en uno de ellos tiene dos partes, que corresponden a la variación entre sujetos o unidades experimentales y a la variación dentro de los sujetos, cada una con su correspondiente término error. Como es costumbre en la simbología estadística, el punto como subíndice implica que se suman todos los valores del subíndice que se reemplaza por el punto. En particular, Y_{i} es la suma de la variable para la fecha i. Los pasos del análisis son:

Primero, encontrar la suma de cuadrados correspondiente a los tratamientos:

$$SC(B) = \frac{\sum_j Y^2_{.j.}}{nd} - \frac{Y^2_{...}}{ncd} .$$

Segundo, completar el análisis de los tratamientos hallando la suma de cuadrados del error en el factor B:

$$SC(EB) = \frac{\sum_j \sum_k Y^2_{.jk}}{d} - \frac{\sum_j Y^2_{.j.}}{nd} .$$

Tercero, completar el análisis para las fechas, el que se compone de la suma de cuadrados del factor correspondiente a las fechas:

$$SC(A) = \frac{\sum_i Y^2_{i..}}{nc} - \frac{Y^2_{...}}{ncd}$$

la suma de cuadrados de la interacción entre los factores correspondientes a los tratamientos y a las fechas:

$$SC(AB) = \frac{\sum_i \sum_j Y_{ij.}^2}{n} - \frac{\sum_j Y_{.j.}^2}{nd} - \frac{\sum_i Y_{i..}^2}{nc} + \frac{Y_{...}^2}{ncd} ,$$

y la suma de cuadrados del error de las fechas:

$$SC(EA) = \sum_i \sum_j \sum_k Y_{ijk}^2 - \frac{\sum_i \sum_j Y_{ij.}^2}{n} - \frac{\sum_j \sum_k Y_{.jk}^2}{d} + \frac{\sum_j Y_{.j.}^2}{nd} .$$

Los cuadrados medios (CM) en el ANVA se obtienen dividiendo las sumas de cuadrados por sus correspondientes grados de libertad.

BIBLIOGRAFIA

-**ARNOLD, S. T.** (1981). *The theory of linear models and multivariate analysis*. John Wiley & Sons. New York. pp. 209-238, 374-378.

-**BOX, G.E.P.** (1950). Problems in the analysis of growth and wear curves. *Biometrics*, 6: 362-389.

-**CATEDRA DE ESTADISTICA**. (1996). El experimento agronómico con dos factores con medidas repetidas en uno de ellos en un diseño completamente al azar. Informe Técnico Nº6. Facultad de Agronomía. UBA. Buenos Aires.

-**EXCEL**, Microsoft, 1994. Versión 5.0.

-**GREEENHOUSE, S.W., and GEISSER, S.** (1959). On methods in the analysis of profile data. *Psychometrika*, 24: 95-112.

-**HUYNH, H., and FELDT, L.** (1980). Performance of traditional F test in repeated measures designs under covariance heterogen eity. *Communications in Statistics*. 9: 61-74.

-**MORRISON, D.** (1976). *Multivariate statistical methods*. McGraw-Hill. New York. pp. 250-253.

-**MULLER, K.E., and BARTON, C.N.** (1989). Approximative power for repeated measures ANOVA lacking sphericity. *Journal of the American Statistical Association*, 84: 549-555.

-**STATGRAPHICS**, Statistical Graphics System. Statistical Graphics Corporation. 1991. Version 5.0.

-**WINER, B. J.** (1971). *Statistical principles in experimental design*. Second edition. McGraw-Hill. New York. pp. 514-539.