

UN INDICE DE LA DISPONIBILIDAD DE AGUA DE LOS CULTIVOS Y SU DISTRIBUCION PROBABILISTICA

R. A. Seiler (1)

Recibido: 28/9/81
Aceptado: 20/7/82

RESUMEN

Se presenta un análisis de la distribución probabilística del índice R el cual es un indicador del grado de satisfacción de la demanda potencial de agua de los vegetales durante el año.

El índice R fue computado en valores mensuales para cuatro localidades de Argentina y su distribución de frecuencias fue comparada con la distribución Beta mediante el test de Kolmogorov-Smirnov. Diferencias no significativas entre las distribuciones observadas y la distribución teórica indican que la función Beta es un adaptable modelo probabilístico del índice R en las áreas estudiadas. Usando la distribución Beta con los parámetros estimados para cada localidad y mes, se calcularon probabilidades de que el índice R asuma valores iguales o mayores que determinados niveles en distintas épocas del año.

A WATER AVAILABILITY CROP INDEX AND ITS PROBABILITY DISTRIBUTION

SUMMARY

An analysis of the probability distribution of R-index is presented. The R-index is a measure of plant water supply in relation to plant water requirement.

Monthly R-indexes for four stations in Argentina were computed and the distribution of frequencies was compared with the Beta distribution using Kolmogorov-Smirnov test. The small differences found between the sample and theoretical distributions suggest the adaptability of the Beta distribution as the probability model for the frequency distribution of R-index in the studied areas. From the statistical model and using the parameters estimate for each month and station, probabilities of R-index greater or equal to given values were computed for different times of the year.

INTRODUCCION

La producción agrícola es el resultado final de la armonía con que se juegan principalmente los factores planta, clima y suelo. De estos tres factores, el clima y su variabilidad en el tiempo y en el espacio, es el mayor responsable de las fluctuaciones de año en año en el rendimiento de los cultivos. La energía y el agua son los elementos del clima

de mayor importancia en el crecimiento y desarrollo de las plantas. La energía es provista por el sol, siendo un elemento bastante conservativo en el tiempo y también sobre grandes áreas. El agua tiene como principal fuente a la precipitación la cual presenta una gran variabilidad en la distribución temporal y espacial. Como resultado de esto, la variabilidad anual de la producción agrícola puede ser bastante bien cuantificada por la disponibilidad de agua.

(1) Cátedra de Climatología y Fenología Agrícolas, Facultad de Agronomía, Universidad Nacional de Río Cuarto, (5800) Río Cuarto, Córdoba, Argentina.

El uso de agua por las plantas no es directamente de la precipitación que llega a la superficie del suelo, sino a través del agua almacenada en el suelo y extraída por medio de las raíces. Por lo tanto, la consideración de los requerimientos hídricos para el crecimiento de las plantas y su desarrollo, debería incluir la humedad del suelo así como también la precipitación.

La evapotranspiración potencial es definida como la máxima evapotranspiración posible de un área de suelo suficientemente extensa, totalmente cubierta con un cultivo bajo y con una adecuada humedad de suelo en todo momento. La evapotranspiración real, a igualdad de condiciones meteorológicas, representa la pérdida real de agua a través de evapotranspiración. Esa cantidad depende de la cobertura vegetal, del agua almacenada en el suelo y de la precipitación. La pérdida de humedad del suelo es una función conjunta de la energía atmosférica, la cual causa la evaporación del agua del suelo y de la superficie de las plantas, de la disponibilidad de agua en el suelo y del tipo de planta y estado fenológico de las mismas (Dale, 1965). Debido a la interrelación de factores, el uso de valores numéricos o índices que representan la combinación de factores físicos y biológicos ha resultado de gran utilidad en estudios de ambiente y adaptación de cultivos y en la evaluación de los impactos del tiempo en el rendimiento económico de los mismos, (Palmer, 1968; Baier y Robertson, 1970; Ravelo y Decker, 1979; Perrin y Heady, 1975; Sakamoto y Jensen, 1975; Nix y Fitzpatrick, 1969). Esos valores numéricos, los cuales pueden incluir otros elementos meteorológicos además del agua, se denominan en general índices agroclimáticos, agrometeorológicos o biometeorológicos, según los factores que incluyan y el tipo de caracterización que intentan.

Los índices agrometeorológicos constituyen una importante herramienta en Meteorología Agrícola permitiendo la evaluación de recursos agroclimáticos de distintas regiones o la planificación a largo plazo de la producción agrícola.

Entre los índices agrometeorológicos, el índice *R*, expresa la relación fraccional entre la evapotranspiración real y la evapotranspiración potencial (Yao, 1969). Este índice es una medida de la satisfacción de agua por la planta en relación a la necesidad máxima. El conocimiento de la distribución de probabilidades del índice *R*, entre otros usos, representa una valiosa ayuda en la elección de fechas de siembra de los cultivos, en proyectos de irrigación, en la caracterización de sequías y para la estimación de rendimientos potenciales de nuevos cultivos en un área o de la productividad potencial de nuevas áreas incorporadas a la actividad agrícola.

MATERIALES Y METODOS

Para el presente estudio se dispuso de valores mensuales de precipitación y temperaturas máximas medias y mínimas medias mensuales de un período de treinta años, de cuatro localidades de Argentina (Cuadro 1). Esta información meteorológica fue extraída de datos climatológicos recopilados por Jensen, *et al.* (1974). La elección de las localidades mencionadas, dentro del total de información meteorológica posible, se hizo tratando de disponer para su estudio de áreas con diferentes condiciones de humedad en los distintos meses del año.

Para evaluar el efecto de las condiciones de humedad edáfica y evapotranspiración se calculó el balance hídrico mensual por el método de Palmer (1965). Este método considera el perfil del suelo dividido en dos capas, una superficial capaz de almacenar 25 milímetros de agua y otra inferior cuyo almacenaje es igual al resto para completar el total determinado o estimado para el perfil. El agua es evapotranspirada a ritmo potencial hasta agotar totalmente el almacenaje de la primera capa, luego la pérdida de agua de la capa inferior es proporcional a la evapotranspiración potencial y a la relación entre el contenido de humedad actual y el almacenaje a capacidad de campo. El almacenaje de los suelos en las áreas consideradas fue esti-

CUADRO 1: Localidades analizadas, ubicación geográfica, altitud y período con datos meteorológicos disponibles.

Provincia	Localidad	Latitud (S)	Longitud (W)	Altitud m.s/n/m	Período
Buenos Aires	Balcarce	37 51'	58 15'	11	1931/60
	Pergamino	33 56'	60 33'	65	1931/60
Córdoba	Pilar	31 40'	63 53'	338	1931/60
La Pampa	Santa Rosa	36 34'	64 16'	190	1941/70

mado basándose en las descripciones de suelos y en datos experimentales (Miaczynsky y Tschapek, 1965; Seiler y Ravelo, 1973).

La evapotranspiración potencial fue estimada por el método de Thornthwaite (1948).

El índice R

El índice R es definido según la siguiente relación (Yao, 1969):

$$R = \frac{ETR}{ETP} \quad (1)$$

donde ETR es la evapotranspiración real del mes y ETP es la evapotranspiración potencial para el mismo período. R puede asumir valores desde 0 a 1 ($0 \leq R \leq 1$).

El índice R es principalmente función de la energía atmosférica, la cual causa la evaporación del agua desde la superficie del suelo y desde los tejidos vegetales, y de la precipitación la cual restablece la humedad del suelo. Estos dos factores interaccionan regulando la magnitud del índice en relación a la disponibilidad y demanda de humedad. El índice R aumenta (disminuye) cuando el agua disponible aumenta (disminuye) o cuando disminuye (aumenta) la demanda de agua.

El índice R fue computado para cada localidad y para cada uno de los meses del período analizado.

La función Beta y la distribución de probabilidades del índice R

La función Beta es definida en el intervalo entre cero y uno siendo la distribución de frecuencias acumuladas representada por la siguiente función:

$$F(x; \chi, \eta) = \frac{\Gamma(\chi + \eta)}{\Gamma(\chi) \Gamma(\eta)} \int_0^x t^{\chi-1} (1-t)^{\eta-1} dt \quad (2)$$

donde x es la variable considerada, χ y η son, ambas, parámetros de la función ($\chi > 0, \eta > 0$) y $\Gamma(\chi), \Gamma(\eta)$ y $\Gamma(\chi + \eta)$ son evaluados por la integral definida de la función Gamma.

$\Gamma(\chi), \Gamma(\eta)$ y $\Gamma(\chi + \eta)$ como la función Beta Incompleta y ha sido tabulada por Pearson (1968). Para el manejo de estas tablas, cuando $\chi \geq \eta$, se debe hacer $p = \chi$ y $q = \eta$. Luego con estos parámetros se encuentra $I_x(p, q) = F(x; \chi, \eta)$ en el cuerpo de las mismas. Cuando $\chi < \eta$, los parámetros son definidos de la misma manera pero en los valores tabulados se lee $I_{x'}(p, q)$, en donde $x' = 1 - x$. La probabilidad acumulada deseada es igual a:

$$F(x; \chi, \eta) = 1 - I_{x'}(p, q) \quad (3)$$

La distribución Beta puede asumir distintas formas según diferentes combinaciones de valores de los parámetros χ y η (Figura 1). El ajuste de la función Beta a la dis-

tribución del índice R se basa en características comunes de ambas. Por ejemplo, las variables x y R , ambas toman valores en el rango 0-1, siendo continuas en ese intervalo; la distribución Beta tiene dos parámetros positivos los cuales determinan la forma de la curva mientras que la distribución de R también puede ser considerada como una distribución caracterizada por dos factores, disponibilidad y demanda de agua. En el presente trabajo, la adopción de la distribución Beta para representar la distribución del índice R se basa en previos estudios de Yao (1969, 1974) y en los resultados del análisis de la distribución de frecuencias del índice R en las áreas en consideración.

Los estimadores de los parámetros de la distribución Beta se calcularon por el método

de momentos (Hahn y Shapiro, 1968). El método de máxima similitud es laborioso siendo los estimadores difíciles de calcular. Las ecuaciones usadas fueron las siguientes:

$$\hat{\eta} = \frac{(1 - \bar{x})}{\bar{x}} \left[\bar{x}(1 - \bar{x}) - s^2 \right] \quad (4)$$

$$\hat{\delta} = \frac{\bar{x} \hat{\eta}}{1 - \bar{x}} \quad (5)$$

donde \bar{x} y s^2 son respectivamente la media y la desviación estandar de la muestra de índices R . Las mismas fueron computadas, en cada localidad, para cada uno de los meses del año.

Test de Kolmogorov-Smirnov

El test de Kolmogorov-Smirnov (Massey, 1951) fue aplicado para establecer el grado

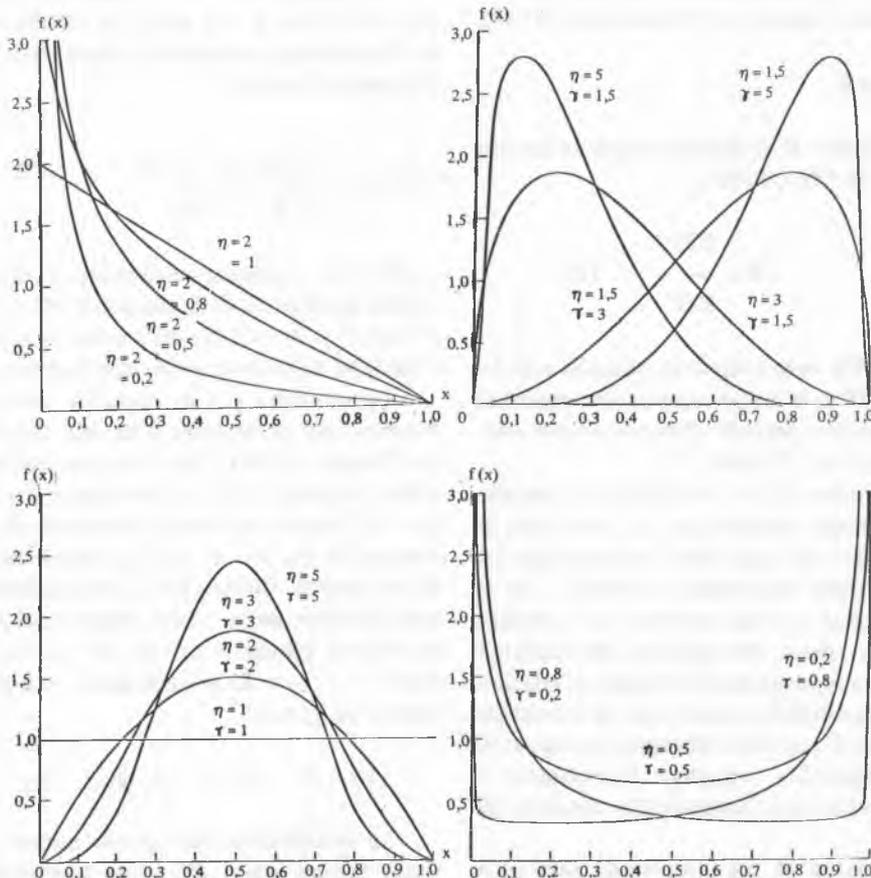


Figura 1: Formas de la distribución Beta según diferentes combinaciones de valores de los parámetros (Hahn y Shapiro, 1968).

de correspondencia de la distribución Beta a las frecuencias mensuales del índice **R**. Esta prueba se basa en la máxima diferencia absoluta de frecuencias acumuladas entre una distribución empírica y la teórica. Siendo $F_0(x)$ la distribución acumulada de la población y $S_n(x)$ la distribución acumulada observada de la muestra, la máxima diferencia absoluta es dada por:

$$D_x = \text{máxima } |F_0(x) - S_n(x)|$$

donde: $S_n(x) = K/n$, siendo **K** el número de observaciones menores o iguales a **x**.

La máxima diferencia absoluta (D_x) es una variable al azar cuya distribución es independiente de la distribución teórica ($F_0(x)$) considerada. D_x es comparada con una diferencia crítica a un nivel de significancia (α) el cual, en este caso, fue establecido igual a 0,15 según Yao (1969). La hipótesis nula de que las distribuciones empíricas y teóricas son iguales, es rechazada cuando la diferencia máxima absoluta es mayor que la diferencia crítica al nivel de significancia establecido.

El producto de D_x por la raíz cuadrada del tamaño de la muestra da otra variable al azar (**Z**) cuya distribución acumulada es una **F** (**Z**) según Feller (1948). Esta distribución es usada para establecer probabilidades de tener valores iguales o mayores que **Z** bajo el supuesto de que el modelo estadístico es correcto.

RESULTADOS Y DISCUSION

El análisis de las distribuciones de frecuencias de índices **R** para los distintos meses en cada una de localidades estudiadas, revela períodos de elevada demanda atmosférica por evapotranspiración y baja humedad del suelo, simultáneamente. Cuando esta situación se repite año tras año, la resultante es una alta frecuencia de índices **R** bajos para ese período. Por otra parte, otros meses se caracterizan por índices **R** elevados en casi todos los años de la serie climatológica consi-

derada. Esa mayor proporción de índices **R** elevados indica que, para una localidad y el mes en consideración, la demanda de agua es satisfecha en buen grado. Estas situaciones opuestas así como otras intermedias pueden ser fácilmente visualizadas en los histogramas de frecuencias (Figura 2). Por ejemplo, la distribución de frecuencias del índice **R** para Balcarce en el mes de enero, es representativa de condiciones de demanda de agua satisfecha, mientras que una distribución como la demostrada para Santa Rosa en el mes de diciembre, revela un período del año en el cual la demanda de evapotranspiración es satisfecha aproximadamente en un 50 por ciento.

Las distribuciones de frecuencias del índice **R** observadas en la Figura 2 son comparables con algunas de las formas de la distribución Beta mostradas en la Figura 1. Esto es una sugerencia *a priori* de la adaptabilidad de la función Beta a la distribución del índice **R**.

La prueba de Kolmogorov-Smirnov muestra que para los índices **R** mensuales, las máximas diferencias absolutas entre las

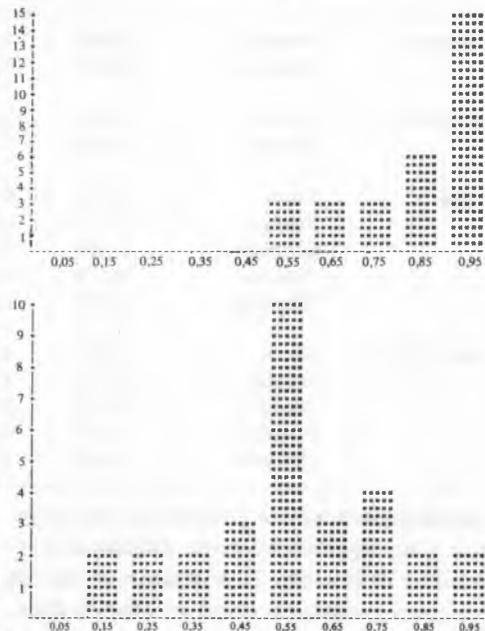


Figura 2: Histogramas de frecuencias del índice **R** en Balcarce para el mes de enero (superior) y Santa Rosa para el mes de diciembre (inferior).

CUADRO 2: Tamaño de la muestra del índice R (n), máxima diferencia absoluta (Dx), variable Z calculada, Dx críticos a los niveles de significancia establecidos y probabilidad de superar el valor de Z.

Localidad	Mes	n	Dx	Z (n. Dx)	Valor crítico	Valor crítico	Prob. de superar Z
					a = 0,05	a = 0,15	
Balcarce	Octubre	30	0,068	0,372	0,24	0,20	0,999
	Noviembre	30	0,129	0,706	0,24	0,20	0,694
Pergamino	Enero	30	0,175	0,958	0,24	0,20	0,315
	Febrero	30	0,103	0,564	0,24	0,20	0,912
Pilar	Enero	30	0,238	1,303	0,24	0,20	0,068
	Febrero	30	0,120	0,657	0,24	0,20	0,776
	Setiembre	30	0,190	1,040	0,24	0,20	0,229
	Octubre	30	0,108	0,591	0,24	0,20	0,877
	Diciembre	30	0,165	0,903	0,24	0,20	0,392
Santa Rosa	Enero	30	0,185	1,013	0,24	0,20	0,259
	Febrero	30	0,183	1,002	0,24	0,20	0,270
	Agosto	30	0,090	0,493	0,24	0,20	0,970
	Setiembre	30	0,114	0,624	0,24	0,20	0,837
	Diciembre	30	0,158	0,865	0,24	0,20	0,450

CUADRO 3: Estimadores de los parámetros de la distribución Beta (ζ , η), índice R medio mensual normal (R) y probabilidades del índice R de superar los niveles de 0,25, 0,50 y 0,75, respectivamente.

Localidad	Mes	η	R	Probabilidad del índice R superior a:			
				0,25	0,50	0,75	
Balcarce	Octubre	25,984	0,162	0,994	1,000	1,000	0,999
	Noviembre	13,406	0,498	0,964	1,000	0,999	0,994
Pergamino	Enero	2,867	0,421	0,872	0,994	0,995	0,818
	Febrero	1,699	0,327	0,839	0,974	0,903	0,757
Pilar	Enero	1,726	0,324	0,842	0,976	0,907	0,762
	Febrero	2,254	0,548	0,804	0,981	0,896	0,694
	Setiembre	1,240	0,480	0,721	0,915	0,777	0,571
	Octubre	1,279	0,207	0,861	0,967	0,905	0,795
	Diciembre	1,500	0,269	0,850	0,971	0,904	0,776
Santa Rosa	Enero	1,345	1,239	0,517	0,806	0,531	0,240
	Febrero	1,395	1,042	0,572	0,849	0,606	0,314
	Agosto	0,924	0,153	0,858	0,949	0,888	0,796
	Setiembre	1,303	0,188	0,874	0,971	0,915	0,815
	Diciembre	2,208	1,770	0,555	0,895	0,596	0,225

distribuciones teórica y empíricas son pequeñas y no significativamente diferentes al nivel de 15% (Cuadro 2). Solamente en uno de los casos analizados, enero en Pilar, la distribución empírica es diferente de la teórica al nivel de significancia de 0,15, no existiendo diferencia significativa al nivel de 0,05. Sin

embargo, como se verá seguidamente, la distribución Beta demuestra para ese período una razonable aproximación, especialmente en el rango de valores prácticos del índice R.

Los meses usados en la prueba de Kolmogorov-Smirnov (Cuadro 2) para cada localidad, fueron seleccionados de acuerdo a los

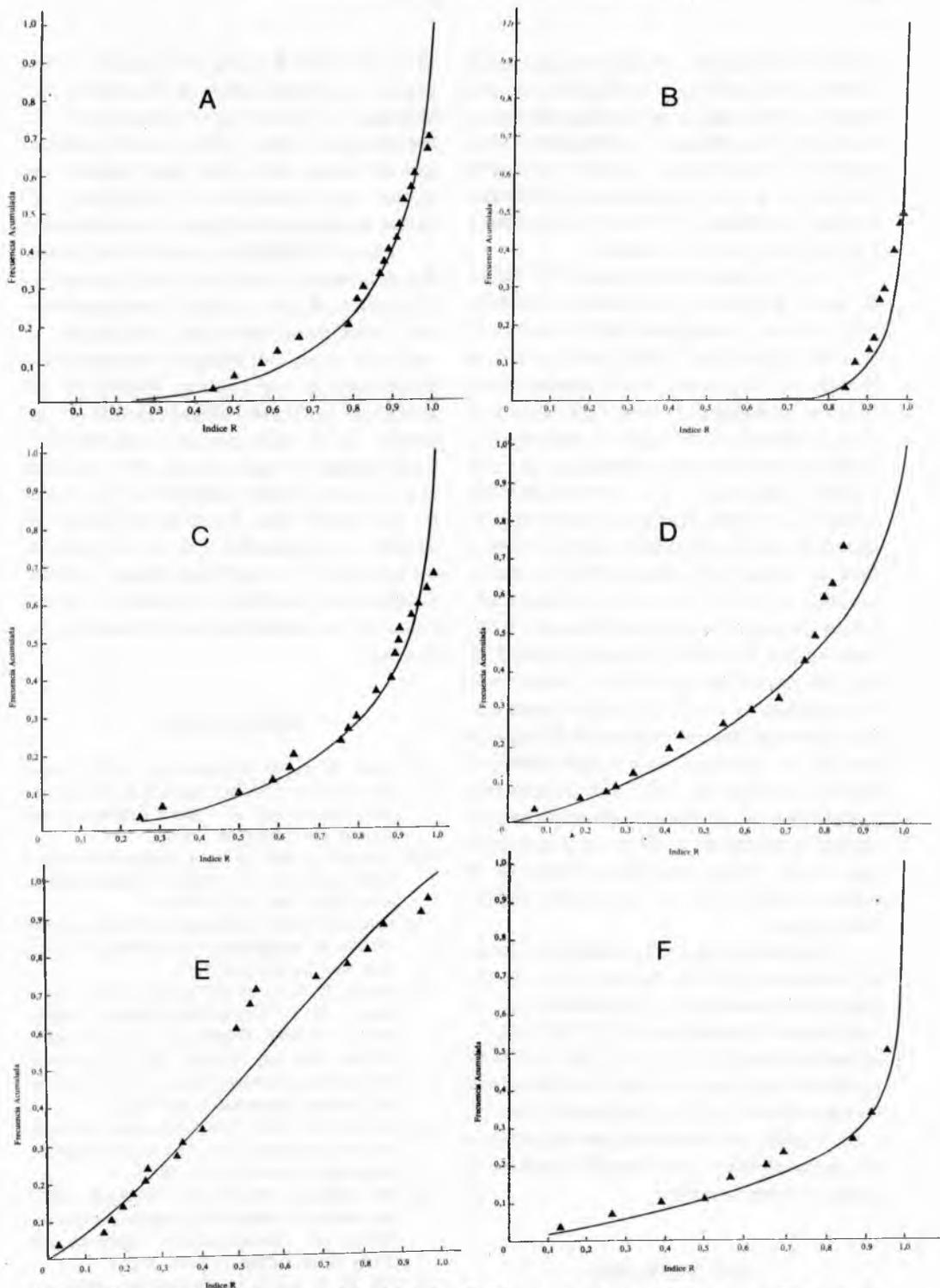


Figura 3: Frecuencia empírica acumulada del índice R (▲) y curva calculada de la distribución Beta. A) Pergamino, enero. B) Balcarce, noviembre. C) Pilar, enero. D) Pilar, setiembre. E) Santa Rosa, enero y F) Santa Rosa, agosto.

períodos del año en los cuales el agua es un factor crítico debido a su relación con procesos biológicos de los principales cultivos en la región. Para Balcarce y Pergamino, solamente dos meses fueron usados en la prueba dado a que por las condiciones de humedad de esas localidades, el índice R es próximo a 1 en la mayor parte del tiempo.

Las frecuencias acumuladas del índice R fueron graficadas para diferentes localidades y meses y comparadas con las curvas de la distribución Beta teórica para cada caso (Figura 3). En general, las frecuencias observadas se asemejan muy bien a las curvas teóricas. Diferencias entre ambas, mayores que la diferencia crítica pre-establecida, son más probables de ocurrir en el intervalo de R entre 0,95 y 1,00 en donde las curvas teóricas ascienden con fuerte pendiente (Yao, 1969). Este es el caso particular de Pilar en enero, período en el cual la máxima diferencia absoluta ocurre a un valor de R igual a 0,99. Para valores del índice R menores que 0,95 las distribuciones empíricas y teórica son muy semejantes. La falta de ajuste entre ambas distribuciones para valores de R mayores que 0,95 es de relativa importancia debido al escaso valor práctico del índice cuando éste es próximo a 1. La mayoría de las plantas no requieren satisfacer el 100% de la demanda para tener óptimo crecimiento sino que el mismo se logra aún con menor disponibilidad de agua.

Finalmente, usando la distribución Beta, se calcularon para los distintos meses en las localidades analizadas, probabilidades de tener índices R superiores a 0,25; 0,50 y 0,75, respectivamente (Cuadro 3). En el mismo cuadro se dan para cada mes los estimadores de los parámetros de la distribución Beta ($\hat{\delta}$ y $\hat{\eta}$). Usando esos valores se pueden computar probabilidades de índices R superiores a cualquier nivel deseado.

CONCLUSIONES

La prueba de Kolmogorov-Smirnov demostró que dentro del rango de valores prác-

ticos del índice R y para todos los casos analizados, las distribuciones de frecuencias observadas no difieren significativamente de la distribución teórica. Ello permite afirmar que la función Beta es un buen modelo estadístico para representar la variabilidad del índice R mensual en las localidades analizadas.

Las probabilidades mensuales del índice R computadas a partir de la distribución Beta resultan de gran utilidad para propósitos de descripciones climáticas, clasificación y uso de la tierra, estimación de rendimientos potenciales de los cultivos. Tratándose de problemas agrometeorológicos donde por lo general es necesario conocer probables disponibilidades de agua en períodos menores que un mes, debería analizarse el ajuste de la distribución Beta a valores de índices R decádicos o semanales y a su vez debería computarse la evapotranspiración usando técnicas más sensibles de acuerdo a la naturaleza de los problemas que se intentan solucionar.

BIBLIOGRAFIA

- 1) Baier, W. and G. W. Robertson, 1970. Climatic estimates of average and probable irrigation requirements and of seasonal drainage in Canada. *J. Hydrology*, 10: 20-37.
- 2) Feller, W., 1948. On the Kolmogorov-Smirnov limits theorems for empirical distributions. *Ann. Math. Stat.*, 19: 177-189.
- 3) Hahn, G. J. and S. S. Shapiro, 1968. Statistical models in engineering. John Wiley & Sons, Inc., New York, pp. 355.
- 4) Jensen, R. E.; C. M. Sakamoto and S. E. Mummert, 1974. Climatological data for Argentina 1931-1960. Department of Commerce, NOAA; National Weather Service. Environmental Study Service Center, Auburn University; Auburn, Alabama 36830 USA.
- 5) Massey, F. J., 1951. The Kolmogorov-Smirnov test for goodness of fit. *Journal of American Statistical Association*, 46: 68-78.
- 6) Miaczynski, C. R. O. y M. Tschapek, 1965. Los suelos de estepa de la región pampeana. *Revista de Investigaciones Agropecuarias (RIA)*, Serie 3, Clima y Suelo, II (3).
- 7) Nix, H. A. and E. A. Fitzpatrick, 1969. An index of crop water stress related to wheat and grain sorghum yield. *Agricultural Meteorology*, 6 (5): 321-337.

- 8) Palmer, W. C., 1965. Meteorological drought. Research paper No 45, U.S. Department of Commerce, Wather Bureau, pp. 58.
 - 9) Palmer, W. C., 1968. Keeping track of crop moisture conditions; the new crop moisture index. *Weatherwise*, 21: 156-161.
 - 10) Pearson, E. S. and N. L. Johnson, 1968. Tables of incomplete Beta Function. Published for the Biometrika Trustees at the University Press-Cambridge, pp. 505.
 - 11) Perrin, R. K. and E. O. Heady, 1975. Relative contribution of major technological factors and moisture stress to increase grain yields in the Midwest, 1930-1971. Center for agricultural and rural development, Report 55, Iowa State Univ., pp. 43.
 - 12) Ravelo, A. C. and W. L. Decker, 1979. The probability distribution of a soil moisture index. *Agricultural Meteorology*, 20: 301-312.
 - 13) Sakamoto, C. M. and R. E. Jensen, 1975. Wheat climate models for Argentina and Australia. Part I: Argentina, Part II: Australia. Final report to environmental data service, Center for Climatic and Environmental Assesment, NOAA, National Weather Service.
 - 14) Seiler, R. A. y A. C. Ravelo, 1974. Determinaciones experimentales de capacidad de campo y punto de marchitez permanente en suelos de la provincia de Córdoba. Datos no publicados.
 - 15) Thornthwaite, C. W., 1948. An approach toward a rational classification of climate. *Geographical review*, 38: 55-94.
 - 16) Yao, A. Y. M., 1969. The R index for plant water requirement. *Agricultural Meteorology*, 6: 259-273.
 - 17) Yao, A. Y. M., 1974. Agricultural potential estimated from the ratio of actual to potential evapotranspiration. *Agricultural Meteorology*, 13: 405-417.
-